**Vitajte v lekcii Pravidlo súčinu.**

V prvej lekcii sme riešili kombinatorické úlohy systematickým vypisovaním všetkých možností. Už vieme, že takýto spôsob je vhodný, ak je počet vhodných možností pomerne malý. Teraz sa naučíme určiť počet všetkých možností v niektorých prípadoch aj bez toho, aby sme ich vypisovali. Pomôže nám pri tom pravidlo súčinu.

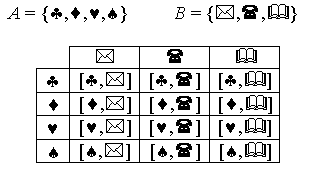
Odporúčame, aby sa čitateľ venoval riešeniu úloh v tejto lekcii až po zvládnutí prvej lekcie, nielen po jej rýchlom prečítaní.

Získať prax pri riešení úloh zameraných na aplikáciu pravidla súčinu pomôžu čitateľovi okrem riešených úloh v kurze aj interaktívne programy, na ktorých si nadobudnuté vedomosti a zručnosti môže precvičiť.

**Vysvetlenie 1:**

Pravidlo súčinu nám vraví, že ak máme dve množiny objektov *A* a *B*, pričom v prvej množine je *a* prvkov a v druhej je *b* prvkov, potom počet všetkých usporiadaných dvojíc, ktorých prvá zložka je z množiny *A* a druhá z množiny *B*, je *a*.*b*.

Ilustráciu tohto pravidla vidíme na obrázku. Množina *A* má štyri prvky a množina *B* má tri prvky. Preto počet všetkých usporiadaných dvojíc, ktorých prvá zložka je z množiny *A* a druhá z množiny *B*, je 4.3=12.



**Úloha 1:** Janka má pre bábiku tri tričká (červené, modré a biele) a štyri sukničky (žltú, zelenú, modrú a fialovú). Koľkými rôznymi spôsobmi môže bábiku obliecť?

### Riešenie:

Pretože Janka oblieka bábike vždy jedno tričko a jednu sukničku, tvoríme usporiadané dvojice [tričko,suknička]. Pretože tričká máme tri a sukničky štyri, je podľa pravidla súčinu celkový počet takýchto usporiadaných dvojíc 3.4, teda 12.

Janka môže obliecť bábiku 12 rôznymi spôsobmi. Vidíme ich na obrázku.

loha 2: Na tanečný krúžok chodí 15 chlapcov a 22 dievčat. Inštruktor chce vybrať jeden pár, na ktorom vysvetlí najčastejšie chyby pri tanci. Koľkými spôsobmi môže takýto pár zostaviť?

### Riešenie:

Pretože inštruktor vyberá jedného chlapca a jedno dievča, tvoríme usporiadané dvojice [chlapec, dievča]. Pretože chlapcov je 15 a dievčat 22, je podľa pravidla súčinu celkový počet takýchto usporiadaných dvojíc 15.22, teda 330.

Inštruktor môže zostaviť pár 330 rôznymi spôsobmi.

Vidíme, že v tomto prípade je metóda vypísania všetkých možností veľmi prácna, nakoľko ich je pomerne veľa. Teda použitie pravidla súčinu je v tomto prípade veľmi efektívne.

**Úloha 3:** Janko našiel na povale krabicu s drevenými číslicami 2, 3, 6, 8 a 9. Z každej číslice je tam aspoň 5 kusov. Koľko rôznych dvojciferných čísel môže z týchto číslic zostaviť?

### Riešenie:

Janko potrebuje zostaviť dvojciferné číslo. Potrebuje vybrať nejakú číslicu na jeho prvé miesto a nejakú na jeho druhé miesto. Pretože má 5 možností, ktorú číslicu dá na prvé miesto a taktiež 5 možností, ktorú číslicu dá na druhé miesto, je podľa pravidla súčinu celkový počet takto vytvorených čísel 5.5, teda 25.

Janko môže zostaviť 25 rôznych dvojciferných čísel.

**Vysvetlenie 2:**

Pravidlo súčinu si môžme zovšeobecniť aj na vytváranie usporiadaných trojíc, štvoríc, …

Pravidlo súčinu nám vraví, že ak máme tri množiny objektov *A*, *B*, *C*, pričom v prvej množine je *a* prvkov, v druhej je *b* prvkov a v tretej je *c* prvkov, potom počet všetkých usporiadaných trojíc, ktorých prvá zložka je z množiny *A*, druhá z množiny *B* a tretia z množiny *C* je *a*.*b*.*c*.

Podobne, pravidlo súčinu nám vraví, že ak máme štyri množiny objektov *A*, *B*, *C*, *D*, pričom v prvej množine je *a* prvkov, v druhej je *b* prvkov, v tretej je *c* prvkov a v štvrtej je *d* prvkov, potom počet všetkých usporiadaných štvoríc, ktorých prvá zložka je z množiny *A*, druhá z množiny *B*, tretia z množiny *C* a štvrtá z množiny *D* je *a*.*b*.*c*.*d*.

**Úloha 4:** Janka má pre bábiku šesť tričiek, štyri sukničky a päť topánočiek. Koľkými rôznymi spôsobmi môže bábiku obliecť?

### Riešenie:

Pretože Janka oblieka bábike vždy jedno tričko, jednu sukničku a obúva jedny topánočky, tvoríme usporiadané dvojice [tričko,suknička,topánočky]. Pretože tričiek máme šesť, sukničky štyri a topánočiek päť, je podľa pravidla súčinu celkový počet takýchto usporiadaných trojíc 6.4.5, teda 120.

Janka môže obliecť bábiku 120 rôznymi spôsobmi.

Opäť vidíme, že v tomto prípade je metóda vypísania všetkých možností veľmi prácna, nakoľko ich je pomerne veľa. Teda použitie pravidla súčinu je v tomto prípade veľmi efektívne.

**Úloha 5:** Koľko existuje rôznych párnych trojciferných čísel?

### Riešenie:

Každé trojciferné číslo je vlastne usporiadaná trojica číslic. Pri riešení úlohy si teda treba uvedomiť, koľko mám možností pre výber prvej číslice, koľko pre výber druhej číslice a koľko pre výber tretej číslice.

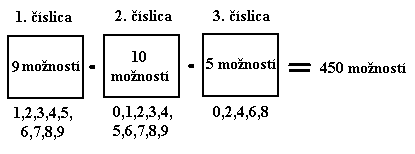
Prvú číslicu vyberám z číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, teda mám 9 možností.

Druhú číslicu vyberám z číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, teda mám 10 možností.

Tretiu číslicu vyberám z číslic 0, 2, 4, 6, 8 (lebo číslo musí byť párne), teda mám 5 možností.

Podľa pravidla súčinu **celkový počet takýchto trojciferných čísel je** 9.10.5, teda **450**.

Opäť vidíme, že v tomto prípade je metóda vypísania všetkých možností veľmi prácna, nakoľko ich je pomerne veľa. Teda použitie pravidla súčinu je v tomto prípade veľmi efektívne.



**loha 6:** Koľko existuje štvorciferných čísel, ktorých zápis neobsahuje číslicu 3?

### Riešenie:

Každé štvorciferné číslo je vlastne usporiadaná štvorica číslic. Pri riešení úlohy si teda treba uvedomiť, koľko mám možností pre výber prvej číslice, koľko pre výber druhej číslice, koľko pre výber tretej číslice a koľko pre výber štvrtej číslice.

Prvú číslicu vyberám z číslic 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, teda mám 8 možností.

Druhú číslicu vyberám z číslic 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, teda mám 9 možností.

Tretiu číslicu vyberám z číslic 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, teda mám 9 možností.

Štvrtú číslicu vyberám z číslic 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, teda mám 9 možností.

Podľa pravidla súčinu **celkový počet takýchto štvorciferných čísel je** 8.9.9.9, teda **5832**.

V tomto prípade je metóda vypísania všetkých možností prakticky nepoužiteľná. Teda použitie pravidla súčinu pri riešení tejto úlohy je veľmi vhodné.

### 2. príklad:

Z mesta A do mesta B vedú 3 cesty. Z mesta B do mesta C vedie 7 ciest. Koľko ciest vedie z mesta A do mesta C cez mesto B?

#### Riešenie:

Keďže s každou cestou z A do B môžem kombinovať všetky cesty z B do C, využijem kombinatorické pravidlo súčinu: 3 . 7 = 21.

Z mesta A do mesta C cez mesto B vedie 21 ciest.

### 3. príklad:

Určte počet dvojciferných čísel, ktoré je možné vytvoriť z číslic 2, 3, 5, 8, 9.

#### Riešenie:

Na mieste desiatok si môžem vybrať z 5 cifier, na mieste jednotiek tiež z 5 cifier, preto počet dvojciferných čísel vypočítam nasledovne:

5 . 5 = 25

### 5. príklad:

Peter má možnosť vybrať si na raňajky z 3 jedál, na obed z 5 jedál a večeru zo 4 jedál. Môže si v januári každý deň vytvoriť odlišnú kombináciu jedál?

#### Riešenie:

Použijeme kombinatorické pravidlo súčinu: 3 . 5 . 4 = 60

Január má 31 dní a Peter má 60 možných kombinácií jedál, čiže určite si môže každý deň vybrať odlišnú kombináciu raňajok, obeda a večere.